EXERCICE N°1 | **6 points** | **35 '** | **PRINCIPALE 2015**

Soit dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E) : z^2 + 2\left(\sqrt{3} - i\right) z - 4i\sqrt{3} = 0$.

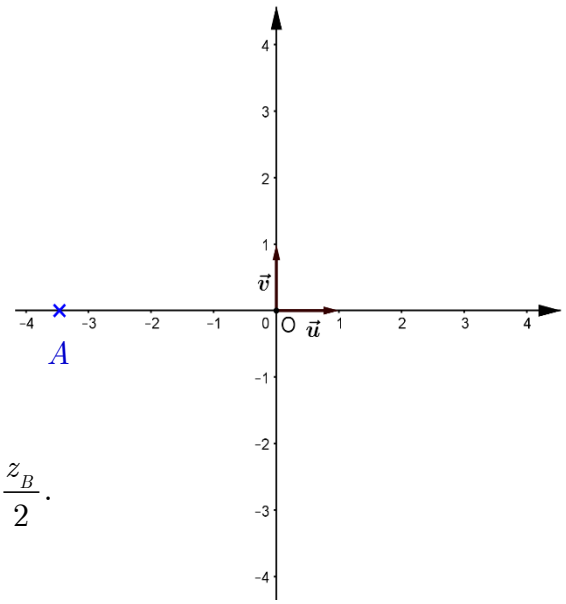
1°) a) Vérifier que : $(2\sqrt{3} + 2i)^2 = 8 + 8\,\mathrm{i}\sqrt{3}$.

b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E).

2°) Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A et B d'affixes respectives $z_A = -2\sqrt{3}$ et $z_B = \sqrt{3} - 3i$.

a) Montrer que le triangle OAB est isocèle en O.

b) Dans la figure ci-contre, on a placé le point A dans le repère $(O, \vec{u}, \vec{v})$. Construire le point B dans le même repère.



3°) Soient C et D les points d'affixe respectives $z_C = 2i$ et $z_D = -\dfrac{z_B}{2}$.

a) Montrer que $\dfrac{z_B - z_D}{z_A - z_C} = \dfrac{3\sqrt{3}}{4}\,i$

En déduire que la droite (BD) est perpendiculaire à la droite (AC).

b) Montrer que les points A, D et C sont alignés.

c) Placer le point C et construire le point D dans le repère $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

d) Montrer que l'aire du triangle ABC est égale à $6\sqrt{3}$.

: 23390248 - 29862267
Tous droits réservés © TakiAcademy.com

EXERCICE N°2 — 5,5 points — 35 ' — CONTRÔLE 2015

Le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.

Soient les points A et B d'affixes respectives $z_A=-1+i\sqrt{3}$, $z_B=\sqrt{3}+i$ et $z_C=-z_B$.

1°) a) Ecrire sous forme exponentielle les nombres complexes z_A, z_B et z_C.

b) Montrer que les points appartiennent au cercle $\mathcal{C}$ de centre O et de rayon 2.

c) Construire les points A, B et C dans le repère $(O,\vec{u},\vec{v})$.

2°) a) Montrer que le triangle ABC est rectangle en A.

b) Calculer l'aire du triangle ABC.

3°) Soient M un point du plan d'affixe $z_M=2e^{i\theta}$ avec $\theta\in\left]\frac{\pi}{6},\frac{7\pi}{6}\right[$ et $\mathcal{S}$ l'aire du triangle MBC.

a) Vérifier que $M\in\mathcal{C}$ et justifier que le triangle MBC est rectangle en M.

b) Montrer que $\mathcal{S}=2\left|e^{2i\theta}-e^{i\frac{\pi}{3}}\right|$.

c) Vérifier que $e^{i(\theta+\frac{\pi}{6})}\left(e^{i(\theta-\frac{\pi}{6})}-e^{-i(\theta-\frac{\pi}{6})}\right)=e^{i2\theta}-e^{i\frac{\pi}{3}}$.

d) Montrer que $\mathcal{S}=4\left|\sin\left(\theta-\frac{\pi}{6}\right)\right|$.

4°) Déduire la valeur de θ pour laquelle $\mathcal{S}$ est maximale.

EXERCICE N°3 — 4 points — 30 ' — PRINCIPALE 2016

On considère dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des complexes l'équation : $(E):\ z^2-\left(1+i\sqrt{3}\right)z-2+2i\sqrt{3}=0$.

1°) a) Vérifier que $\left(3-i\sqrt{3}\right)^2=6-6i\sqrt{3}$.

b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E).

2°) Le plan complexes est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$.

a) Construire le cercle $\mathscr{C}$ de centre O et passant par le point A d'affixe 2.

On désigne par B et C les points du plan d'affixes respectives $b=-1+i\sqrt{3}$ et $c=\bar{b}$.

b) Mettre chacun des nombres complexes b et c sous la forme exponentielle.

c) En déduire que les points B et C appartiennent au cercle.

d) Construire alors les points B et C.

3°) a) Montrer que $\frac{c}{b-2}=\frac{2}{c-b}=i\frac{\sqrt{3}}{3}$.

: 23390248 - 29862815
Tous droits réservés © TakiAcademy.com

b) En déduire que le point O est l'orthocentre du triangle ABC.

: 23390248 - 29862267
Tous droits réservés © TakiAcademy.com